表現論とその組合せ論的側面

期間： 2019 年 10 月 28 日 (月) – 2019 年 10 月 31 日 (木)
場所： 〒606-8502 京都市左京区北白川追分町
京都大学 数理解析研究所

講演概要（五十音順）

1. 淺井 聡太 (京都大学 数理解析研究所)

   道多元環に付随する Grothendieck 群の部屋構造

   A を体上の有限次元多元環とする。このとき実 Grothendieck 群 $K_0(\operatorname{proj} A) \otimes_{\mathbb{Z}} \mathbb{R}$ は、Euclid 空間となる。各有限次元 A 加群 M に対し、この実 Grothendieck 群の部分集合 Θ_M を、M が King の意味で半安定となるような元全体の集合として定める。得られた Θ_M たちは有理多面錐であり、これらを壁とみなすことで、実 Grothendieck 群に部屋構造が定まる。講演の前半ではこの部屋構造について、一般論を述べる。後半では特に A が道多元環である場合を扱い、壁たちが満たす組合せ論的性質について、講演者が得た結果を話す予定である。

2. 石井 基裕 (群馬大学 教育学部)

   半無限ヤング盤がつくる柏原結晶とその応用

   A 型アフィン量子群のレベル・ゼロ端ウェイト加群に対する盤模型「半無限ヤング盤」を導入する。そして、半無限ヤング盤がつくる柏原結晶とその応用（A 型アフィン・ワイル群の半無限ブリュア半順序に対する盤判定法など）について述べる。

3. 石川 雅雄 (岡山大学 自然科学研究科)

   180 度回転不変な交代符号行列のなす分配束の構造

   Striker and Williams defined promotion and rowmotion for the toggle group of an rc-poset. They investigated the distributive lattice of the alternating sign matrices which is the lattice of order ideals of the poset $\mathbf{A}_n$, which is obtained by gluing the positive root posets $\Phi^+(A_k)$. We consider the set of the half-tuen symmetric alternating sign matrices as a distributive lattice by the height function and investigate the underlyng poset, which is obtained by gluing the positive root posets $\Phi^+(B_k)$.

4. 伊藤 昇 (東京大学 数理科学研究科)

   On the existence of a colored Khovanov bocomplex

   Khovanov homology とは、ジョーンズ多項式の各次係数をオイラー数とするホモロジーです。ジョーンズ多項式は 2 次元表現から出てくることが知られていて N 次元表現による一般化として colored Jones 多項式があります。colored Jones 多項式はテンソル積表現の分解から Jones 多項式により記述されますから、“colored” ホバノフホモロジーも、やはりそのような方法による研究の展開が期待されます。ところが、表現の分解からなる境界作用素と、オ

リジナルの (2 次元表現の) ジョーンズ多項式に対応した境界作用素が可換であるような、非自明な整数係数の複体が存在するのかしないのか、Khovanov 氏の構成に端を発して段々と問題が明確になってきました。本講演では、期待されるべき整数係数二重複体の存在性の肯定的な方向について述べます。

5. 上田 衛 (京都大学 数理解析研究所)

Coproduct for the Yangian of type $A_2^{(2)}$

The Yangian is one kind of quantum group. Guay, Nakajima, and Wendland defined the coproduct for the Yangian of affine Lie algebras except of types $A_1^{(1)}$ and $A_2^{(2)}$. After recalling the result of Guay, Nakajima, and Wendland, we will explain how to define the coproduct for the Yangian of type $A_2^{(2)}$. This solves the problem of a construction of coproduct for the affine Yangian.

6. 榎本 悠久 (名古屋大学 多元数理科学研究科)

A 型箙のねじれ自由類と対称群における Bruhat inversion

Dynkin 型箙の直既約表現は、対応するルート系の正ルートと一対一対応する (Gabriel) が、これを用いて、Weyl 群の元から inversion を通して箙の表現圏の部分圏が得られる。このもとで、Weyl 群のある元と、表現圏の「ねじれ自由類」というよい部分圏が一対一に対応する（Ingalls-Thomas 対応)。本講演では、直接的な記述が明快な A 型の場合にこれらを概説し、「ねじれ自由類の単純対象が、対称群の元の Bruhat inversion と対応する」という講演者の最近の結果を紹介し、応用としてねじれ自由類の Jordan- Holder 性を対称群の組合せ論の言葉でで特徴づける (arXiv:1908.05446)。

7. 大川 領 (早稲田大学 理工学術院)

(−2) blow-up formula

この講演では A_1 特異点から定まるネクラソフ分配関数について紹介する．これは特異点解消上の枠付き連接層のモジュライ上の積分を係数とする母関数である．特異点解消として二つ、極小解消とスタック的な解消、つまり、射影平面を位数 2 の巡回群で割った商スタックを考える．これら二つの特異点解消から定まるネクラソフ分配関数の間の関数等式について紹介する．この関数等式は中島-吉岡による爆発公式の類似と考えられる．

8. 岡田 聡一 (名古屋大学 多元数理科学研究科)

Explicit formula for birational rowmotion on shifted staircases

Birational rowmotion is a discrete dynamical system acting on the space of assignments of rational functions to the elements of a finite poset. It provides a birational lift of combinatorial rowmotion (also called Fon-der-Flaass action and other names) acting on order ideals. Musiker–Roby gave an explicit formula in terms of non-intersecting lattice paths for the iterations of the birational rowmotion map on a a product of two chains, which is a minuscule poset associated to the Grassmannian. This formula plays a key role in the proof of the periodicity and the birational file homomesy. In this talk, we give a similar formula for the iterations of the birational rowmotion map on a shifted staircase, which is a minuscule poset associated to the even orthogonal Grassmannian. And we use this formula to prove the birational homomesy along the main diagonal.

9. 金久保 有輝 (上智大学 理工学部)

Adapted Sequence for Polyhedral Realization of Crystal Bases

T.Nakashima and A.Zelevinsky invented 'polyhedral realization', which is a kind of description of crystal bases $B(\infty)$ as lattice points in some polyhedral convex cone. After that, Nakashima found a polyhedral realization for crystal bases of integrable highest weight representations of quantum groups.

To construct the polyhedral realization, we need an infinite sequence ι of indices. In the case ι satisfies a 'positivity condition' (resp. 'ample condition'), there is a method to obtain an explicit form of the polyhedral realization associated with ι. However, it seems to be difficult to confirm whether ι satisfies the positivity (resp. ample) condition or not.

In this talk, I will give a sufficient condition of ι for the positivity (resp. ample) condition in the case the associated Lie algebra is classical type. I will also give explicit forms of the polyhedral realizations in terms of column tableaux for sequences which satisfy the sufficient condition. This is a joint work with Toshiki Nakashima in Sophia University.

10. 川合 遼太郎 (岡山理科大学 理学研究科)

古典型旗多様体のシューベルト多様体の点の重複度の組合せ論的表示

旗多様体においてシューベルト部分多様体を考える。シューベルト多様体の特異点の重複度について A,B,C,D 型のグラスマン多様体の場合すでに組み合わせ論的公式が知られている (Kodiyalam-Raghavan,Ghorpade-Raghavan,Ikeda-Naruse,Raghavan-Upadhyay)。そこでこの公式を旗多様体の場合に拡張したい。A 型の旗多様体の場合は vexillary signed permutation に付随するシューベルト多様体の場合重複度の組合せ公式が Li-Yong によって知られているが、ここでは古典型の旗多様体の vexillary signed permutation に付随するシューベルト多様体に拡張する結果を得たので紹介する。この組合せ論的公式はシューベルト多様体と点から定まる Young 図形を用いて重複度を表示することができる。

11. 川村 晃英 (京都大学 理学研究科)

局所体上 wreath 積の表現と多変数 Krawtchouk および Hahn 多項式

Dunkl(1976) は，対称群の wreath 積 $\mathbb{G} = (\mathfrak{S}_{k+1})^N \rtimes \mathfrak{S}_N$ とその部分群 $G = (\mathfrak{S}_k)^N \rtimes \mathfrak{S}_N$ に関する Gelfand pair $(\mathbb{G}, G)$ の球表現を G の表現として既約分解することで，帯球函数である Krawtchouk 多項式の加法定理を導いている．

我々はその手法を踏襲し，多変数 Krawtchouk 多項式の加法定理を考察する．

すなわち，$\mathfrak{o}$ を非アルキメデス的局所体の整数環，$\mathfrak{p}$ をその極大イデアルとし，$A = (\mathfrak{o}/\mathfrak{p}^{\ell})^N$，$G = (\mathfrak{o}^{\times})^N \rtimes \mathfrak{S}_N$ に関する Gelfand pair $(A \rtimes G, G)$ の球表現の既約分解を利用する．その結果，係数に多変数 Hahn 多項式を含む一種の加法定理が得られる．

12. Kim Dongsu (Department of Mathematical Sciences, KAIST)

A combinatorial bijection on k-noncrossing partitions

For any integer $k \geq 2$, we prove combinatorially the following Euler (binomial) transformation identity

$$\mathrm{NC}_{n+1}^{(k)}(t) = t \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} \mathrm{NW}_{i}^{(k)}(t),$$

where $\mathrm{NC}_m^{(k)}(t)$ (resp. $\mathrm{NW}_m^{(k)}(t)$) is the enumerative polynomial on partitions of $\{1, \ldots, m\}$ avoiding k-crossings (resp. enhanced k-crossings) by number of blocks. The special $k = 2$ and $t = 1$ case, asserting the Euler transformation of Motzkin numbers are Catalan numbers, was discovered by Donaghey 1977. The result for $k = 3$ and $t = 1$, arising naturally in a recent study of pattern avoidance in ascent sequences and inversion sequences, was proved only analytically.
It is based on the preprint (arXiv:1905.10526) with Zhicong Lin.

13. 河野 隆史 (東京工業大学 理学院数学系)

A generalization of Lakshmibai-Seshadri paths and Chevalley formula for arbitrary weights

Lakshmibai-Seshadri パスとは，優整ウェイトに対して定義された，ウェイト格子内の折れ線であり，表現論において様々な応用がある．その応用の一つが Chevalley 公式である．Chevalley 公式とは，旗多様体のトーラス同変 Grothendieck 環において，直線束のクラスと Schubert 多様体の構造層のクラスの積を，いくつかの Schubert 多様体の構造層のクラスの線形結合で表す式である．Lakshmibai-Seshadri パスを用いることで，優整ウェイトや反優整ウェイトに対応する直線束に対して，Chevalley 公式を記述できることが知られている．本講演では，優整ウェイトとは限らない，一般のウェイトに対する Lakshmibai-Seshadri パスを導入し，その応用として一般のウェイトに対応する直線束について，Lakshmibai-Seshadri パスを用いた Chevalley 公式の記述を紹介する．

14. 杉本 祥馬 (京都大学 数理解析研究所)

On the Feigin-Tipunin conjecture

One of the most well-studied examples of C_2-cofinite and irrational VOAs is the triplet VOA, the kernel of the narrow screening operator on the rescaled root lattice of A_1 type. However, there are not much known about the logarithmic W-algebras $W(p)_Q$, the ADE type generalizations of the

triplet VOA. In this talk, using a geometric method introduced in [Feigin-Tipunin], we will give
（a）the geometric realizations,
（b）the $W^k(g)$-module structures,
（c）the character formulas of $W(p)_Q$ that conjectured in [Feigin-Tipunin].

15. 滝聞 太基 (東京大学 数理科学研究科)

A proof of Nandi's conjecture

We will give a proof of partition theorems conjectured through vertex operator theoretic consideration for level 4 standard modules of the affine Lie algebra of type $A_2^{(2)}$ in D.Nandi's PhD thesis (2014). This is a joint work with Shunsuke Tsuchioka.

16. 西山 雄太 (熊本大学 自然科学研究科)

一般化された対称群の類等式とその全単射証明

By calculating the inner product of the Macdonald symmetric polynomials $P_\lambda(q;t)$ corresponding to the partition $\lambda = (1^n)$, we obtain an equation which can be regarded as a generalization of the class equation of the symmetric group. In this talk, I give a bijective proof of the equation, using certain transformations of the Young diagrams.

17. 林 拓磨 (東京大学 数理科学研究科)

Half-integrality of the KGB decomposition for SL_3

For a real reductive Lie group $G_\mathbb{R}$ and the complexification K of its maximal compact subgroup, the decomposition of the complex flag variety of G into K-orbits plays an important role in representation theory of $G_\mathbb{R}$. The combinatorial classification of the K-orbits is known by Matsuki.
In this talk, we will prove that the moduli scheme of Borel subgroups of SL_3 over $\mathbb{Z}[1/2]$ is set theoretically decomposed into four SO(3)-invariant subschemes. This result is a half-integral analog of the KGB decomposition of SL_3 over $\mathbb{C}$. This talk is partly based on a joint work with Fabian Januszewski.

18. 廣嶋 透也 (大阪市立大学 数学研究所)

Queer Supercrystal Structure for Increasing Factorizations of Fixed-Point-Free Involution Words

Edelman-Greene の挿入アルゴリズムの symplectic Hecke word 版において、Edelman-Greene の定理と同様のことが成り立つことを示し、この結果を用いて、symplectic Hecke word の reduced word (FPF-involution word) の増大列分解が queer Lie superalgebra のクリスタルの構造を持つことを示したものです。arXiv:math/1907.10836

19. 星野 歩 (広島工業大学 工学部)

Brunching Rules for Koornwinder polynomials with One Column

Diagrams and Matrix Inversions

We present an explicit formula for the transition matrix $\mathcal{C}$ from the type BC_n Koornwinder polynomials $P_{(1^r)}(x|a,b,c,d|q,t)$ with one column diagrams, to the type BC_n monomial symmetric polynomials $m_{(1^r)}(x)$. The entries of the matrix $\mathcal{C}$ enjoy a set of four terms recursion relations. These recursions provide us with the branching rules for the Koornwinder polynomials with one column diagrams, namely the restriction rules from BC_n to BC_{n-1}. To have a good description of the transition matrices involved, we introduce the following degeneration scheme of the Koornwinder polynomials:

$$\begin{aligned} &P_{(1^r)}(x|a,b,c,d|q,t) \leftrightarrow P_{(1^r)}(x|a,-a,c,d|q,t) \leftrightarrow P_{(1^r)}(x|a,-a,c,-c|q,t) \\ &\qquad \leftrightarrow P_{(1^r)}(x|t^{1/2}c,-t^{1/2}c,c,-c|q,t) \leftrightarrow P_{(1^r)}(x|t^{1/2},-t^{1/2},1,-1|q,t). \end{aligned}$$

We prove that the transition matrices associated with each of these degeneration steps are given in terms of the matrix inversion formulas of Bressoud or Krattenthaler. As an application, we give an explicit formula for the Kostka polynomials of type B_n, namely the transition matrix from the Schur polynomials $P^{(B_n,B_n)}_{(1^r)}(x|q;q,q)$ to the Hall–Littlewood polynomials $P^{(B_n,B_n)}_{(1^r)}(x|t;0,t)$.

20. 松本 詔 (鹿児島大学 理工学研究科)

対称群のスピン表現に対する Stanley 指標公式

対称群の既約指標を正規化したものは, あるサイクルの彩色関数もしくはヤング 図形の多重長方形座標を用いて明示的に表すことができる. これを Stanley 指標 公式と呼ぶ. [Stanley, 2004] により「ヤング図形が長方形の場合」が示され, [Stanley, 2006] で「一般のヤング図形の場合」が予想され, [Féray, 2010] によって解決した. 本講演ではそれのスピン対称群（対称群のスピン表現）に対応する公式を与える. 本研究は Piotr Śniady との共同研究である: arXiv1811.10434.

21. 渡邉 英也 (京都大学 数理解析研究所)

Alcove paths and Gelfand-Tsetlin patterns

In their study of the equivariant K-theory of the generalized flag varieties G/P, Lenart and Postnikov introduced a combinatorial tool, called the alcove paths model. It provides a new model for the highest weight crystals with dominant integral highest weights. In this talk, I introduce a simple and explicit formula describing the crystal isomorphism between the alcove paths model of type A and the Gelfand-Tsetlin patterns model. This talk is based on a joint work with Keita Yamamura.