BEMERKUNG ZU MEINER ARBEIT "POINCARÉSCHE VERMUTUNG"

KEN'ITI KOSEKI

Es sei E^3 ein *3*-dimensionaler Euklidischer Raum (∞ einschlagend), der in *0*-, *1*-und *2*-Simplexe zerlegt ist. $\mathfrak{P}$ sei ein *3*-dimensionaler Teilkomplex von E^3, der mit der *2*-Sphäre $x_1^2+x_2^2+x_3^2=1$ homöomorph ist und den Rand von $\mathfrak{K}$ bildet (Vgl. Abb. 1). Es sei ABC ein Dreiek in $\mathfrak{K}$.

Wir bilden topologisch den Komplex $\mathfrak{P}$ auf die Sphäre $x_1^2+x_2^2+x_3^2=1$ ab. Diese Abbildung bezeichnen mit T_0. Der Kantenweg $CB+BB_{n-1}+\cdots+B_1A$ wird durch T_0 auf den Kantenweg $T_0(CB)+T_0(BB_{n-1})+\cdots+T_0(B_1A)$ in der Sphäre $x_1^2+x_2^2+x_3^2=1$ abgebildet. Der Einfachheit halber bezeichnen wir $T_0(CB)$ wiederum mit CB (Vgl. Abb. 2).

Wir betten eine Zelle Z_1 und ein Dreieck ABC in die Kugel $x_1^2+x_2^2+x_3^2<1$ ein (Vgl. Abb. 3). Der geschlossene Kantenweg $AB+BB_{n-1}+\cdots+B_1A$ ist verknotet in $\mathfrak{K}$, und aber der Kantenweg $AB+BB_{n-1}+\cdots+B_1A$ ist nicht verknotet in $x_1^2+x_2^2+x_3^2\leqq 1$.

Wann kann der Kantenweg $AB+BB_{n-1}+\cdots+B_1A$ verknotet in $x_1^2+x_2^2+x_3^2\leqq 1$ sein? Diese Frage wird neuerdings von einer gewissen Person zu mir aufgewerft. In der vorliegenden Arbeit will ich diese Frage beantworten.

Wir nehmen nun an, dass es in $\mathfrak{K}$ einen die beiden D und E verbindenden Kantenweg l_1 gibt, der mit $\mathfrak{P}$ nur die beiden D und E gemeinsam hat. Es sei l_2 ein die beiden D und E verbindender Kantenweg in $\mathfrak{K}$, der in dem geschraffierten Kantenweg $C\cdots A_1$ auf $\mathfrak{P}$ enthalten ist. Es sei l_3 ein einfach geschlossener Kantenweg, der durch die beiden Ecken B_1 und C_1 geht und auf $\mathfrak{P}$ liegt. Es sei $\alpha+\beta$ ein *2*-dimensionaler Komplex in $\mathfrak{K}$ derart, dass der Rand von $\alpha+\beta$ aus den beiden l_1+l_2 und l_3 besteht und der $\alpha+\beta$ mit einem Kreisring homöomorph ist, und dass der $\alpha+\beta$ mit $\mathfrak{P}$ nur die beiden l_1+l_2 und l_3 gemeinsam hat.

Wir wollen den Komplex $\alpha+\beta$ zu der Abbildung 3 hinzufügen. Wir fügen zu der Abbildung 3 eine Zelle Z_2 hinzu (Vgl. Abb. 4). Wir betten eine Zelle Z_3 entlang des Kantenweges $D'C'+C'B'+\cdots+B_2'B_1'$ in der Abbildung 3 ein (Vgl. Abb. 5).

Wir fügen den Komplex β entlang des Kantenweges $E'D'+D'C''+C''B'''+\cdots\cdots+B_1'C_1'$ zu der Abbildung 5 hinzu (Vgl. Abb. 6). Wir fügen wiederum den Komplex α entlang des geschraffierten Kantenweges zu der Abbildung 6 hinzu, und wir lassen die Zelle Z_2 weg (Vgl. Abb. 7).

Es sei l_4 ein die beiden E und C_1 verbindender Kantenweg in $\mathfrak{K}$, der auf dem Komplex $\alpha+\beta$ liegt und mit $\mathfrak{P}$ nur die beiden E und C_1 gemeinsam hat. Es sei l_5 ein die beiden E und C_1 verbindender Kantentenweg in $\mathfrak{K}$, der auf $\mathfrak{P}$ liegt und in dem geschraffierten Kantenweg $C\cdots A_1$ auf $\mathfrak{P}$ enthalten ist. Es sei l_6 ein einfach geschlossener Kantenweg, der durch die beiden B_r und F geht und auf $\mathfrak{P}$ liegt. Es sei $\gamma+\delta$ ein 2-dimensionaler Komplex in $\mathfrak{K}$ derart, dass der Rand von $\gamma+\delta$ aus den beiden l_4+l_5 und l_6 besteht und der $\gamma+\delta$ mit einem Kreisring homöomorph ist, und dass der $\gamma+\delta$ mit $\mathfrak{P}$ nur die beiden l_4+l_5 und l_6 gemeinsam hat.

Wir wollen den Komplex $\gamma+\delta$ zu der Abbildung 7 hinzufügen. Wir ersetzen erstens die Zelle Z_3 durch eine neue Zelle Z_4 (Vgl. Abb. 8). Wir fügen zweitens eine Zelle Z_5 entlang des Kantenweges $E'\cdots D'\cdots F'$ zu der Abbildung 8 hinzu (Vgl. Abb. 9). Wir fügen drittens den Kcmplex γ entlang des geschraffierten Kantenweges zu der Abbildung 9 hinzu (Vgl. Abb. 10).

Die beiden Kanten $A''B'$ und $A''B''$ in der Abbildung 10 sind miteinander äquivalent, so identifizieren[1] wir die beiden Kanten $A''B'$ und $A''B''$, und wir lassen die Zelle Z_1 weg. Wir fügen danach den Komplex δ entlang des geschraffierten Kantenweges zu der Abbildung 10 hinzu (Vgl. Abb. 11).

Wir fügen nun eine Zelle Z_6 entlang des geschraffierten Kantenweges zu der Abbildung 11 hinzu, und wir identifizieren danach die beiden Ecken A' und A'' (Vgl. Abb. 12).

Es sei l_7 ein die beiden B_s und B_r verbindender Kantenweg, der in dem nicht geschraffierten Kantenwege $BB_{n-1}+\cdots+B_1A$ auf $\mathfrak{P}$ enthalten ist. Es sei l_8 ein die beiden B_r und G verbindender Kantenweg, der in dem Komplex δ enthalten ist. Es sei l_9 ein die beiden G und B_2 verbindender Kantenweg, der auf $\mathfrak{P}$ liegt. Es sei l_{10} ein die beiden B_2 und B_s verbindender Kantenweg, der in $\mathfrak{K}$ enthalten ist und mit $\mathfrak{P}$ nur die beiden B_2 und B_s gemeinsam hat. Es sei λ ein 2-dimensionaler Komplex in $\mathfrak{K}$ derart, dass der Rand von λ aus den l_7, l_8, l_9 und l_{10} besteht und der λ mit einer Kreisscheibe homöomorph ist, und dass der λ mit $\mathfrak{P}$ nur die beiden l_7 und l_9 gemeinsam hat.

Wir fügen den Komplex λ entlang des geschraffierten Kantenweges zu der Abbildung 12 hinzu (Vgl. Abb. 13).

Es sei l_{11} ein die beiden B und B_{p-1} verbindender Kantenweg, der in $\mathfrak{K}$ enthalten ist und mit $\mathfrak{P}$ nur die beiden B und B_{p-1} gemeinsam hat. Es sei l_{12} ein die beiden B und B_s verbindender Kantenweg, der in dem Kantenwege $BB_{n-1}+\cdots+B_1A$ auf $\mathfrak{P}$ enthalten ist. Es sei l_{13} ein die beiden B_r und B_{p-1} verbindender Kantenweg, der in dem Kantenwege $BB_{n-1}+\cdots+B_1A$ auf $\mathfrak{P}$

[1] Vgl. K. Koseki. Poincarésche Vermutung in Topologie. S. 104. Zeile 9.

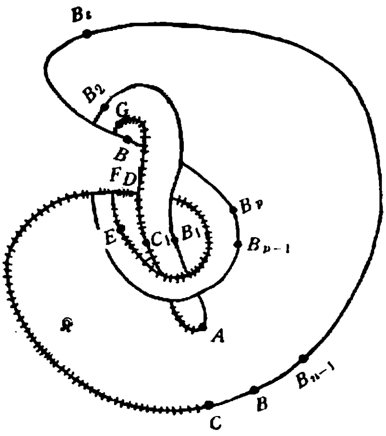

Abb. 1.

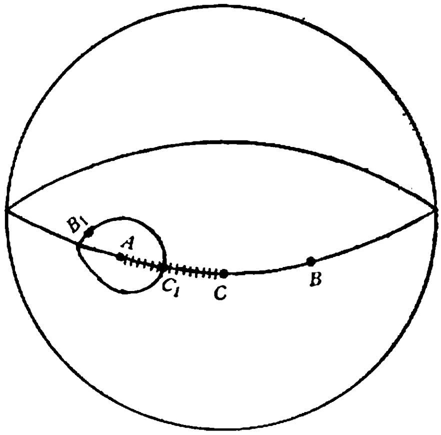

Abb. 2.

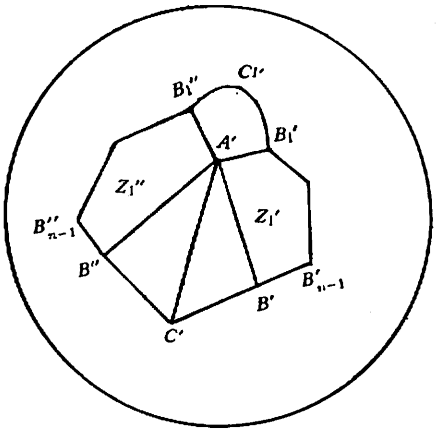

Abb. 3.

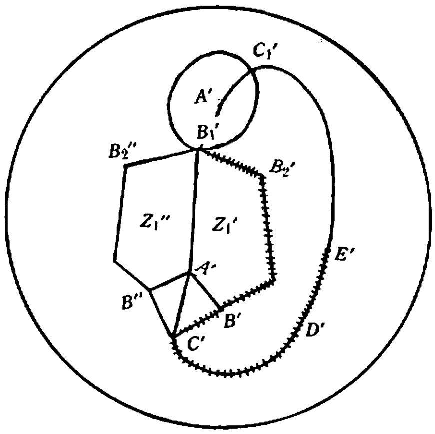

Abb. 4.

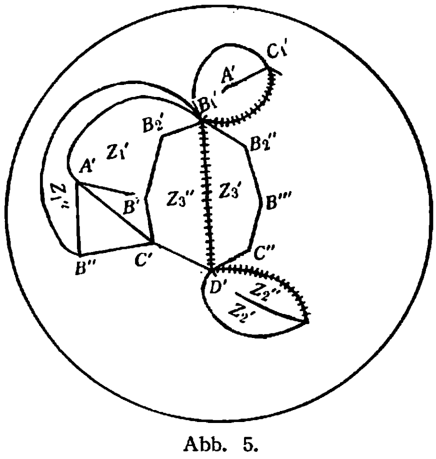

Abb. 5.

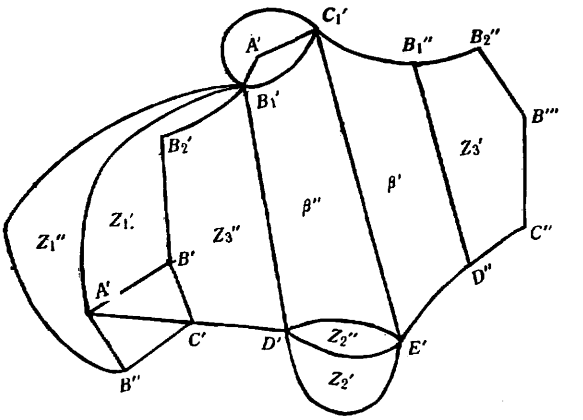

Abb. 6.

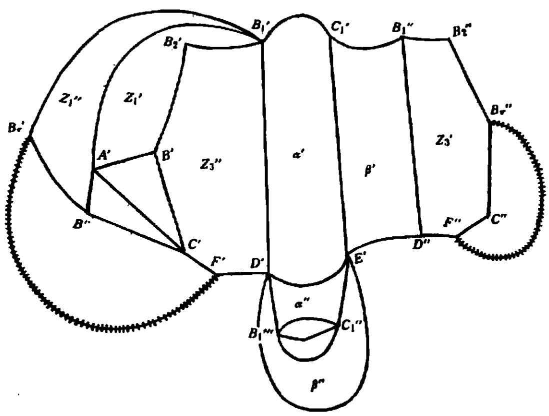

Abb. 7.

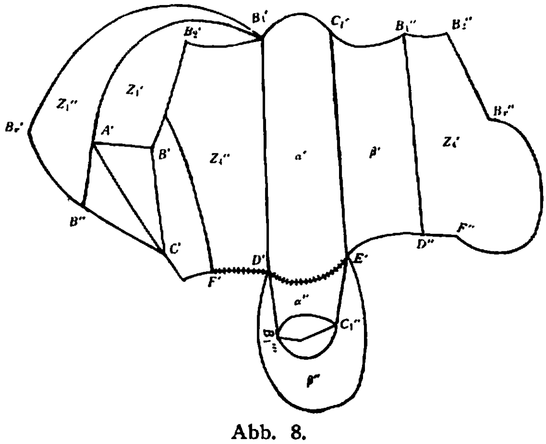

Abb. 8.

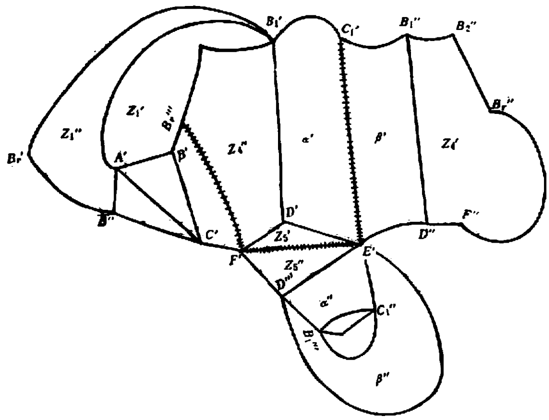

Abb. 9.

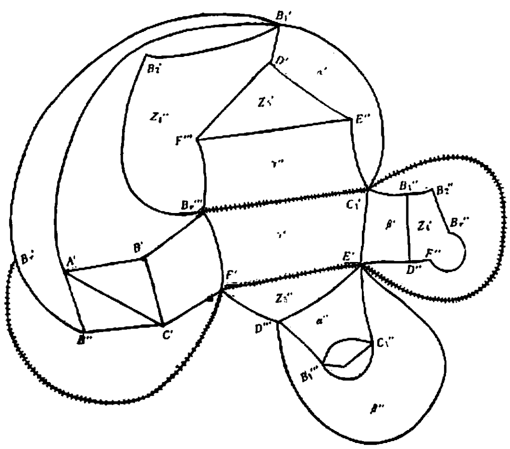

Abb. 10.

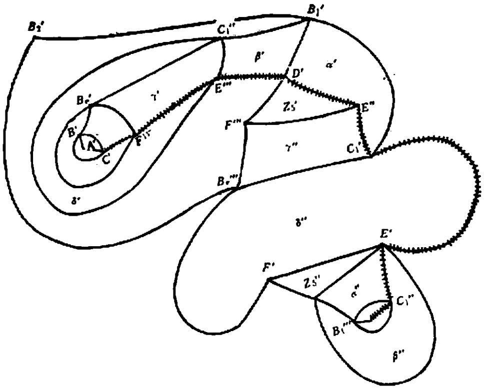

Abb. 11.

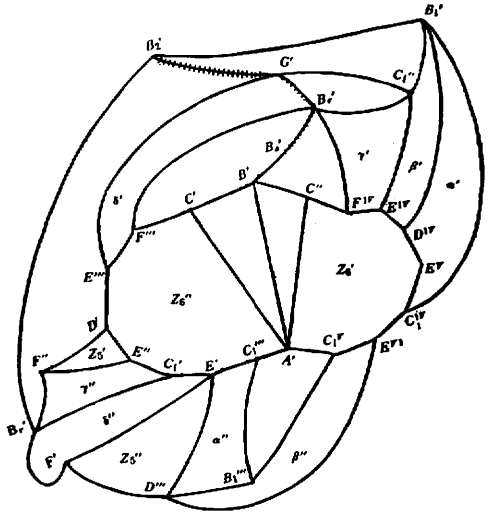

Abb. 12.

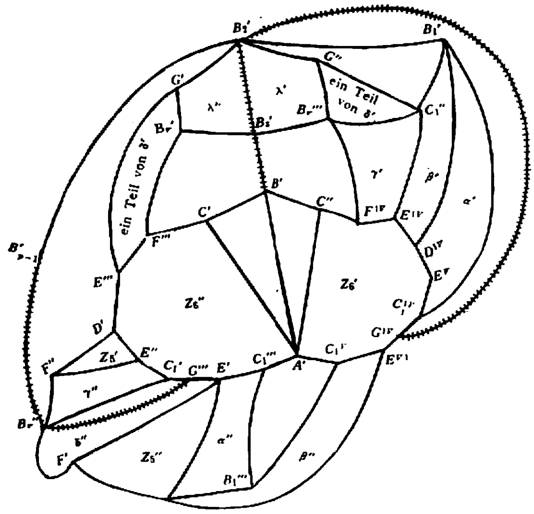

Abb. 13.

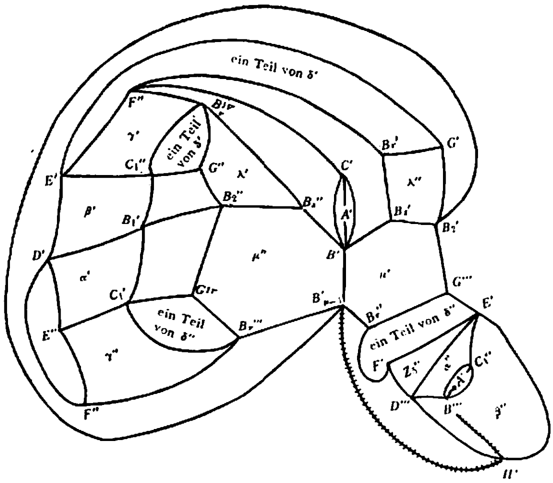

Abb. 14.

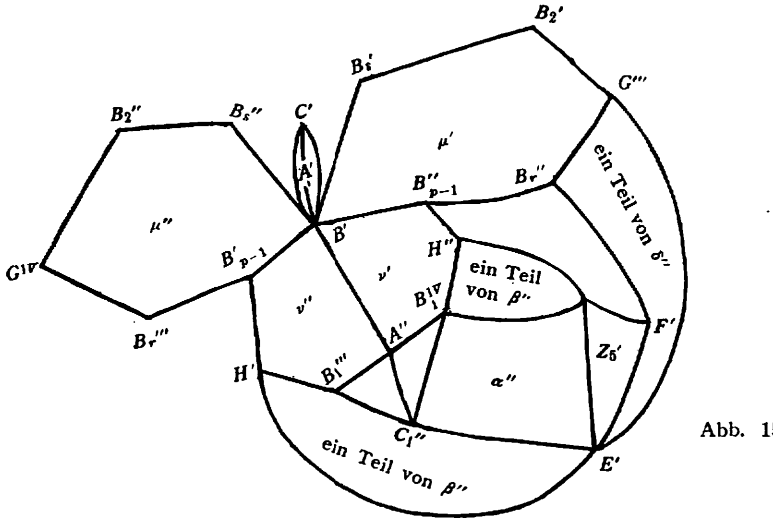

Abb. 15.

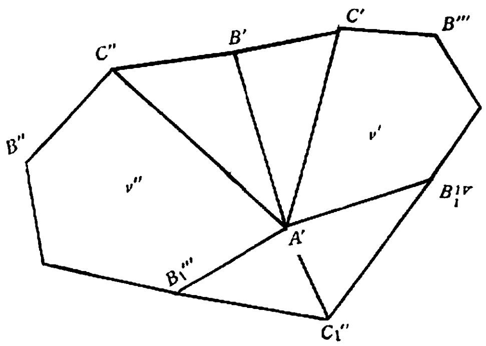

Abb. 16.

enthalten ist. Es sei l_{14} ein die beiden B_r und G verbindender Kantenweg, der in dem Komplex δ enthalten ist. Es sei l_{15} ein die beiden G und B_2 verbindender Kantenweg von der Art, dass der l_9+l_{15} einfach geschlossen ist und der l_{15} auf $\mathfrak{P}$ liegt. Es sei μ ein 2-dimensionaler Komplex in $\mathfrak{K}$, derart dass der Rand von μ aus den l_{10}, l_{11}, l_{12}, l_{13}, l_{14} und l_{15} besteht und der μ mit einer Kreisscheibe homöomorph ist, und dass der μ mit $\mathfrak{P}$ nur die l_{12}, l_{13} und l_{15} gemeinsam hat.

Die beiden Kanten $B'C'$ und $B'C''$ in der Abbildung 13 sind miteinander äquivalent, so identifizieren wir die beiden Kanten $B'C'$ und $B'C''$, und zugleich lassen wir die Zelle Z_6 weg. Wir fügen danach den Komplex μ entlang des geschraffierten Kantenweges zu der Abbildung 13 hinzu (Vgl. Abb. 14).

Es sei l_{16} ein die beiden $B_{\nu-1}$ und H verbindender Kantenweg, der auf $\mathfrak{P}$ liegt. Es sei l_{17} ein die beiden H und B_1 verbindender Kantenweg, der in dem Komplex β enthalten ist und mit $\mathfrak{P}$ nur die beiden H und B_1 gemeinsam hat. Es sei l_{18} ein die beiden B_1 und A verbindender Kantenweg, der in dem Kantenwege $BB_{n-1}+\cdots+B_1A$ auf $\mathfrak{P}$ enthalten ist. Es sei ν ein 2-dimensionaler Komplex in $\mathfrak{K}$ derart, dass der Rand von ν aus den l_{11}, l_{16}, l_{17}, l_{18} und der Kante AB besteht und der ν mit einer Kreisscheibe homöomorph ist, und dass der ν mit $\mathfrak{P}$ die l_{16} und l_{18} gemeinsam hat.

Wir fügen den Komplex ν entlang des geschraffierten Kantenweges zu der Abbildung 14 hinzu (Vgl. Abb. 15). Wir identifizieren danach die beiden Ecken A' und A'' (Vgl. Abb. 16).

Wir bezeichnen die Abbildung von $\mathfrak{K}$ auf $x_1^2+x_2^2+x_3^2\leqq 1$ (Abb. 16) mit T. Der Kantenweg $T(AB)+T(BB_{n-1})+\cdots+T(B_1A)$ ist dann verknottet in $x_1^2+x_2^2+x_3^2\leqq 1$.

DEPARTMENTS OF MATHEMATICS,
OKAYAMA UNIVERSITY

(*Received February 15, 1960*)